

Zijn wiskundige modellen waar?

Kees Vuik

Technische Universiteit Delft

Delft Institute of Applied Mathematics

Bataafsche Genootschap

Rotterdam, 4 april 2022

Wie ben ik

- Professor of Numerical Analysis
- Director of the TU Delft Institute of Computational Science and Engineering
- Director of Delft High Performance Computing Center



Wat doe ik

- Wiskundige modellen afleiden
- Wiskundige modellen oplossen
- Oplossingen bepalen met supercomputers
- Les geven in Numerieke Wiskunde

DelftBlue Supercomputer



Vraag

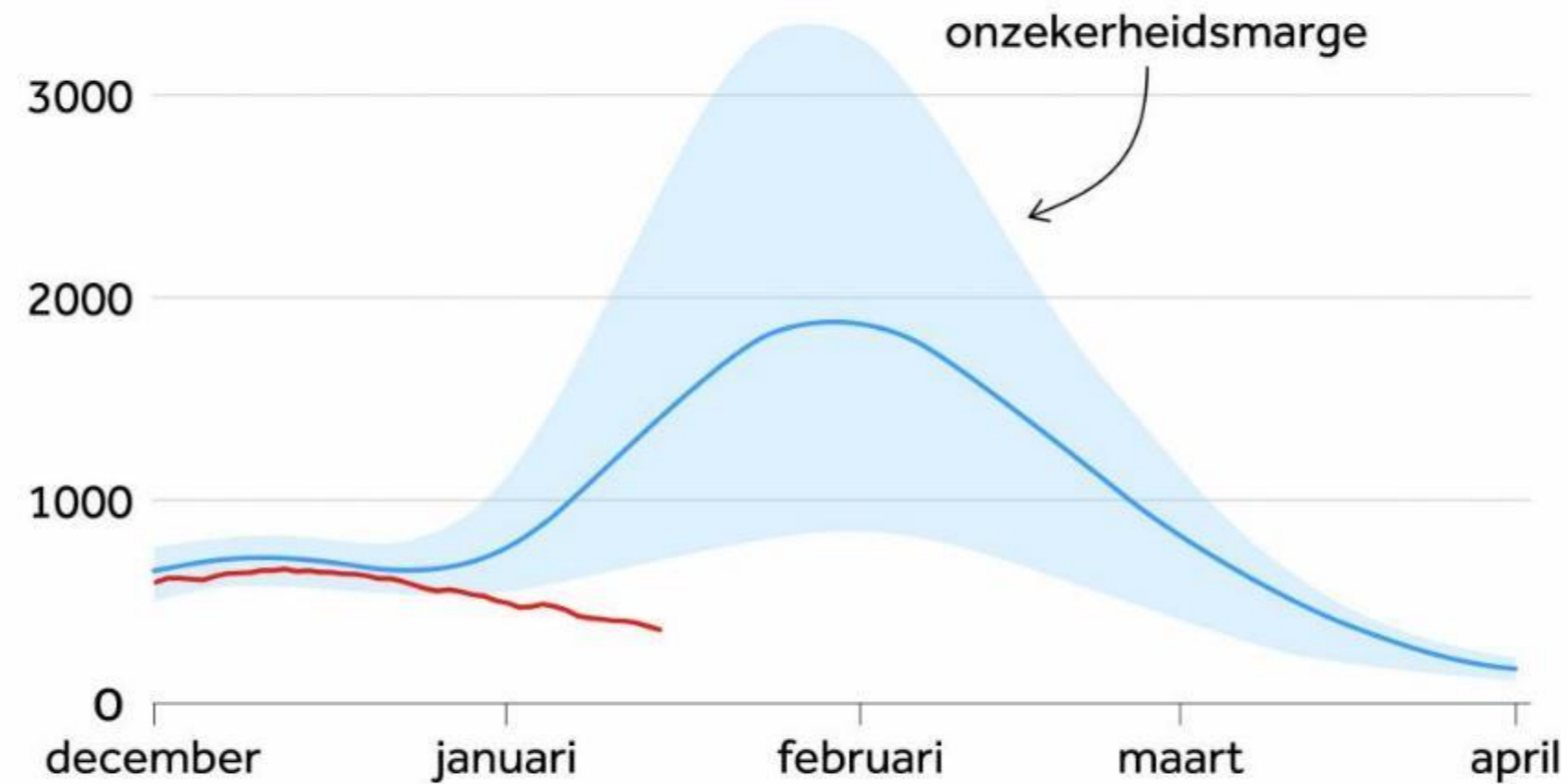
- Zijn Wiskundige Modellen Waar?

Wiskundig model voor Omicron verloop

Veel minder coronapatiënten op IC dan verwacht

Scenario uit RIVM-model van 17 december

- RIVM scenario IC-bezetting met strenge lockdown vanaf kerstvakantie
- Werkelijke aantal coronapatiënten op IC



bron: LCPS / RIVM

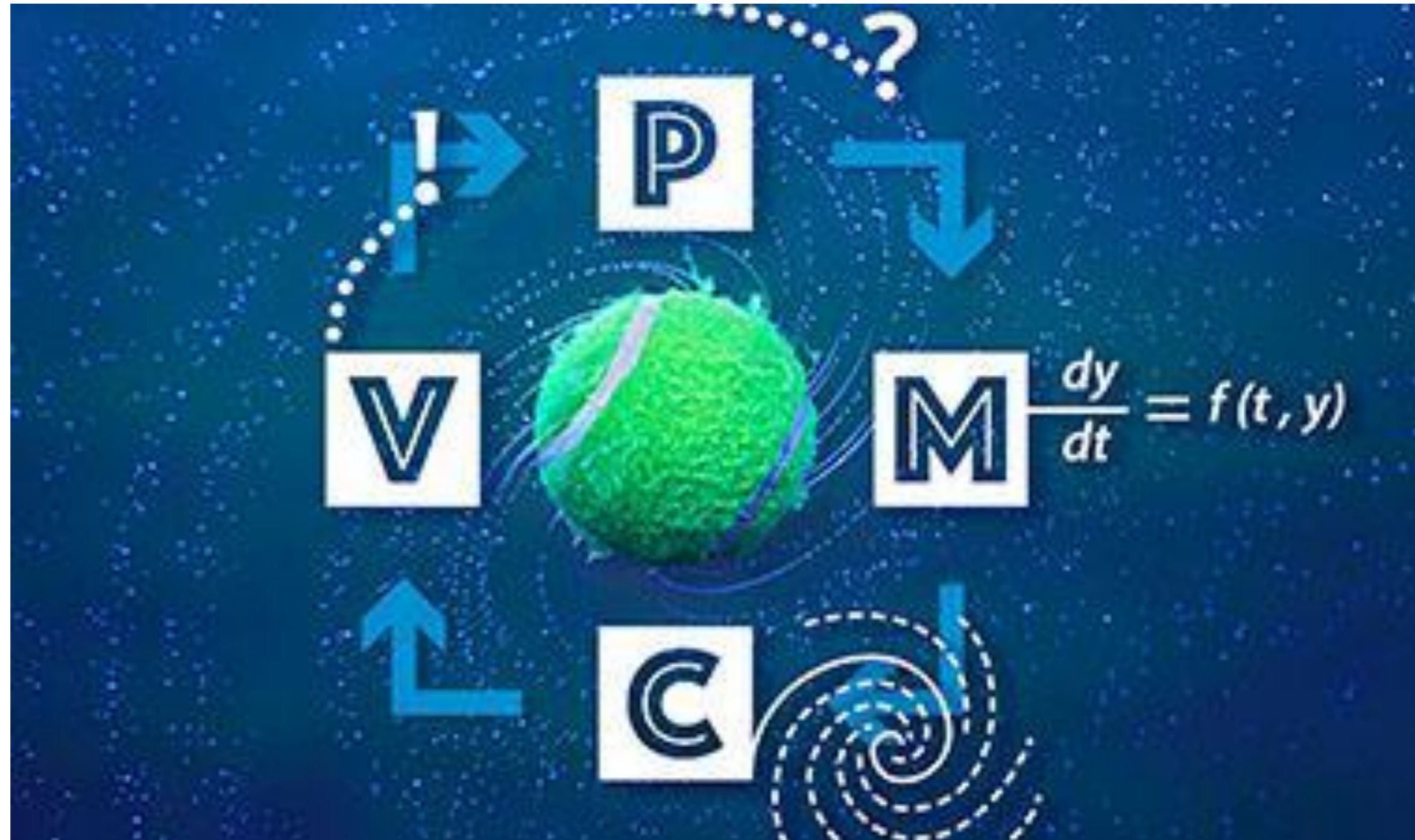
Vraag

- Zijn Wiskundige Modellen Waar?

Wat is een wiskundig model (quotes)

- All models are wrong but some are usefull
- A theory is just a mathematical model to describe the observations
- A Mathematical Model Should Be Made as Simple as Possible, But Not Simpler

Modelleer cyclus



Wiskundige modellen zijn waar

Als aan de voorwaarden voldaan is,
dan is het wiskundige model waar

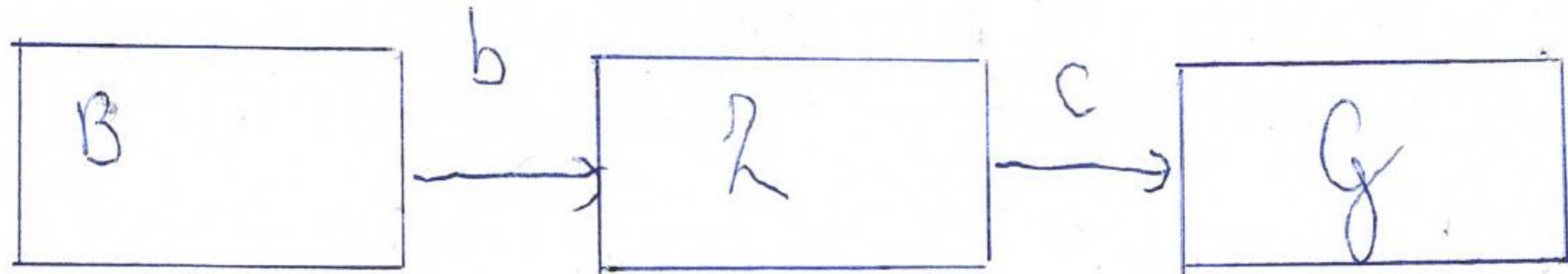
Wiskundige modellen zijn niet waar

Wiskundige modellen zijn niet altijd
een correcte beschrijving van de werkelijkheid.

Model voor een besmettelijke ziekte

- Compartimenten model
- Aannamen
- $B(t)$ fractie bevattelijke mensen
- $Z(t)$ fractie zieke mensen
- $G(t)$ fractie genezen mensen
- t gemeten in dagen?
- $B+Z+G = 1$

Compartimenten model



Van ziek naar genezen

Δt tijdstap

$$Z(t + \Delta t) = Z(t) - cZ(t)\Delta t$$

Van bevattelijk naar ziek

Δt tijdstap

$$B(t + \Delta t) = B(t) - b I(t) B(t) \Delta t$$

Totale model

$$\frac{dB}{dt} = -b \cdot B$$

$$\frac{dZ}{dt} = b \cdot B - c \cdot Z$$

$$\frac{dG}{dt} = c \cdot Z$$

Vereenvoudigd model

- Gebruik $B+Z+G = 1$

$$\frac{dB}{dt} = -b \cdot B$$

$$\frac{dZ}{dt} = b \cdot B - c \cdot Z$$

Hoe vind je de constanten

- Constante b die de besmettelijkheid aangeeft
- Constante c die de genezing aangeeft
- c kan redelijk goed geschat worden uit de halfwaardetijd

Ziekenhuisopnamen en IC-patienten

- Ziekenhuisopnamen = fractie * zieke mensen
- Vertraging van 2 weken
- IC-patienten = fractie * ziekenhuisopnamen

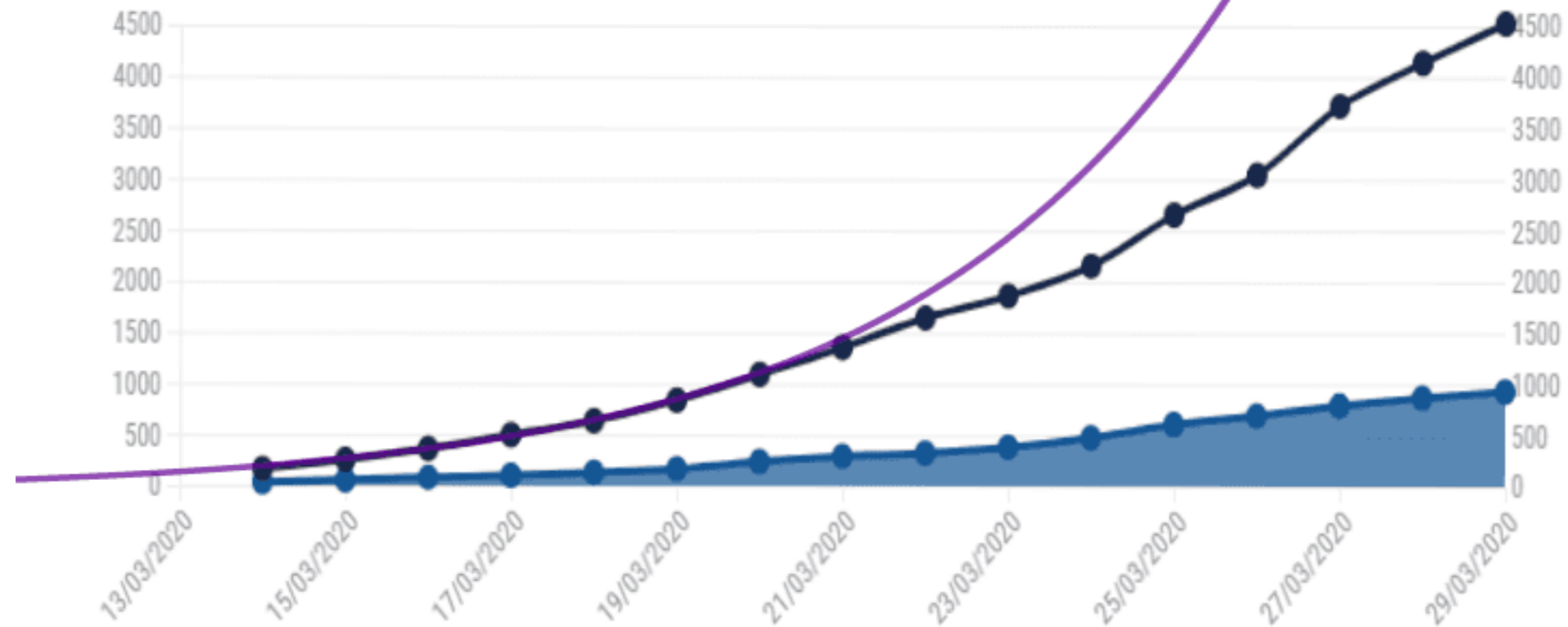
Exponentiële groei

$p = 29$

betekent een verdubbeling elke 2.72 dagen

Aantal mensen op intensieve zorg tov totaal aantal opnames

■ ziekenhuisopnames ■ van wie op intensieve zorg



Bron: FOD Gezondheidszorg, Sciensano

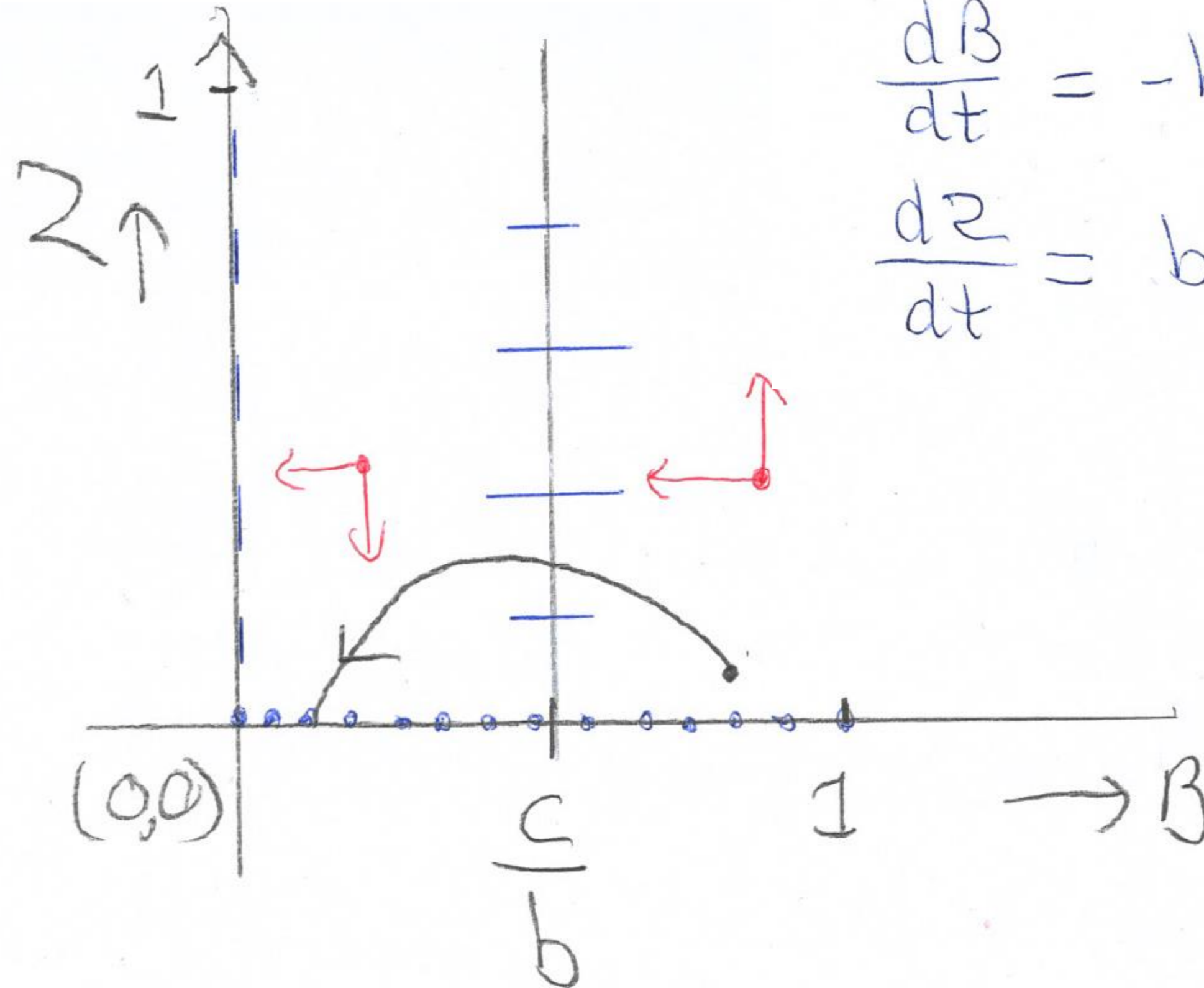
Vereenvoudigd model

- Gebruik $B+Z+G = 1$

$$\frac{dB}{dt} = -b \cdot B$$

$$\frac{dZ}{dt} = b \cdot B - c \cdot Z$$

Kwalitatief onderzoek richtingsveld $c/b < 1$



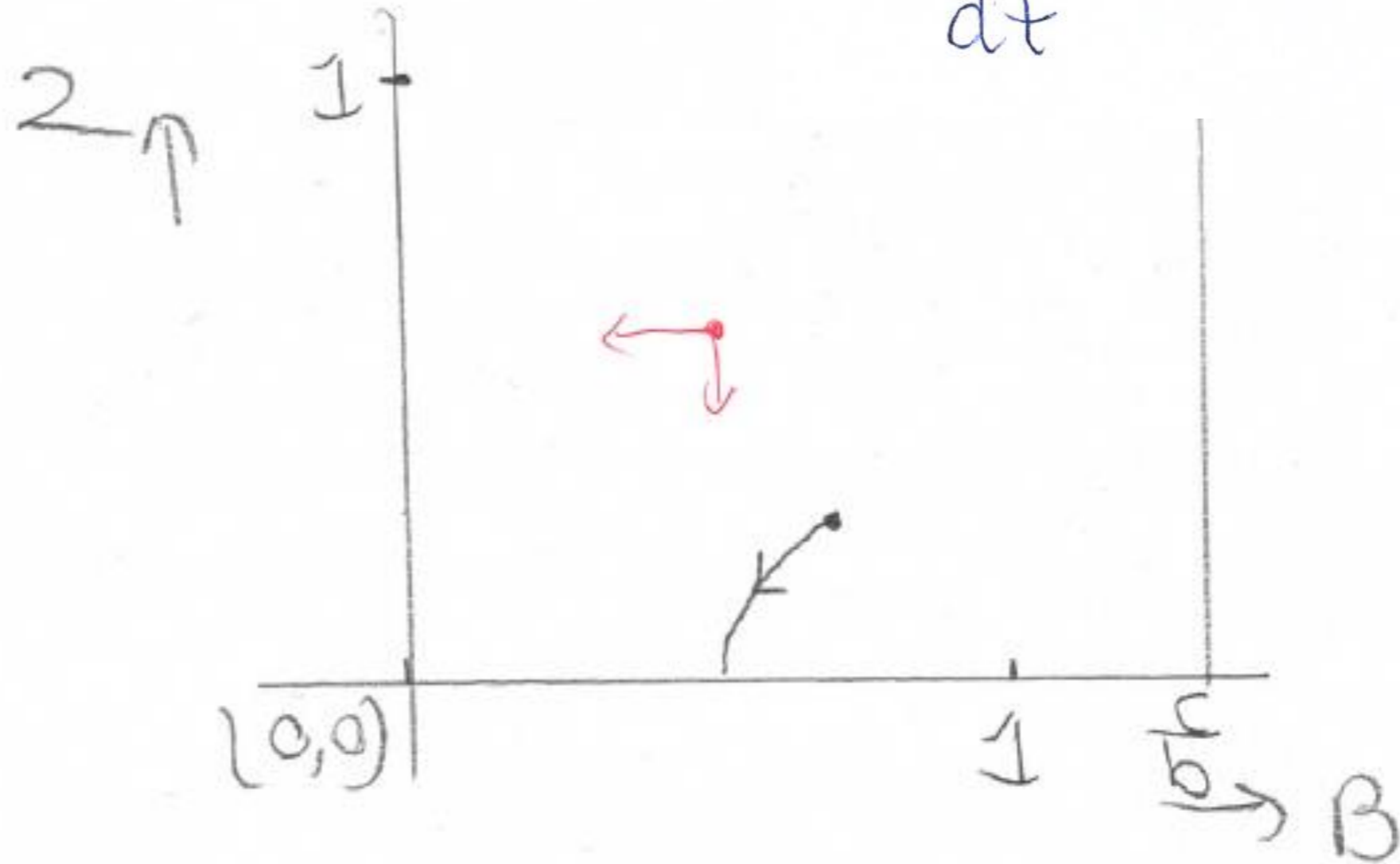
$$\frac{dB}{dt} = -b \mathcal{R}B$$

$$\frac{dZ}{dt} = b \mathcal{R}B - c \mathcal{R}Z$$

Richtingsveld $c/b > 1$

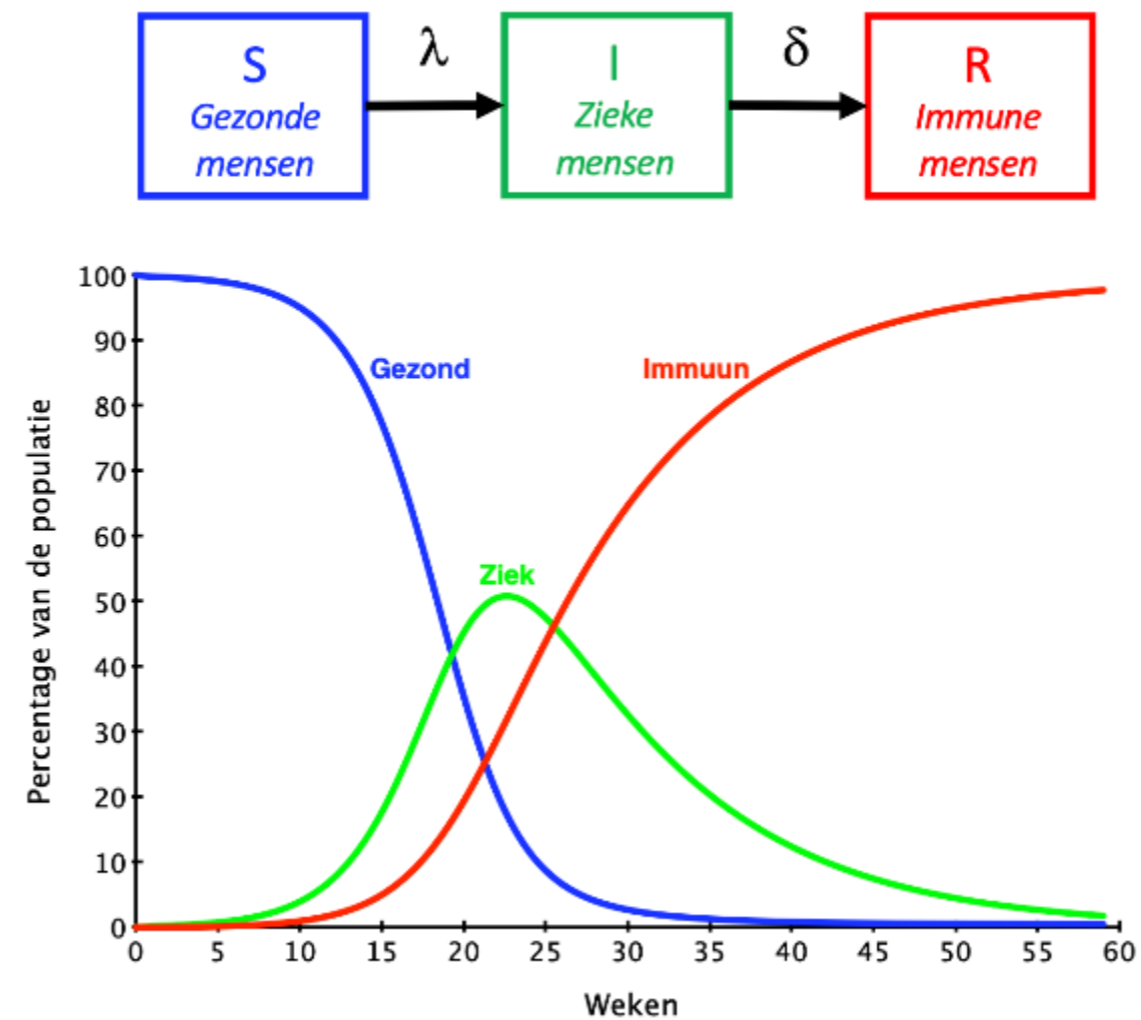
$$\frac{dB}{dt} = -b \cdot B$$

$$\frac{dZ}{dt} = b \cdot B - c \cdot Z$$



Simulatie van dit model

<https://www.tudelft.nl/stories/articles/een-beetje-wiskunde-voor-het-bestrijden-van-epidemieen>



Wat is het effect van lockdown etc.

- Lockdown zal b verlagen
- Medicijnen zullen c vergroten
- Mildere variant zal de coëfficiënten
voor ziek \Rightarrow ziekenhuis \Rightarrow ic-opnames
verlagen

Wanneer zijn de coëfficiënten betrouwbaar?

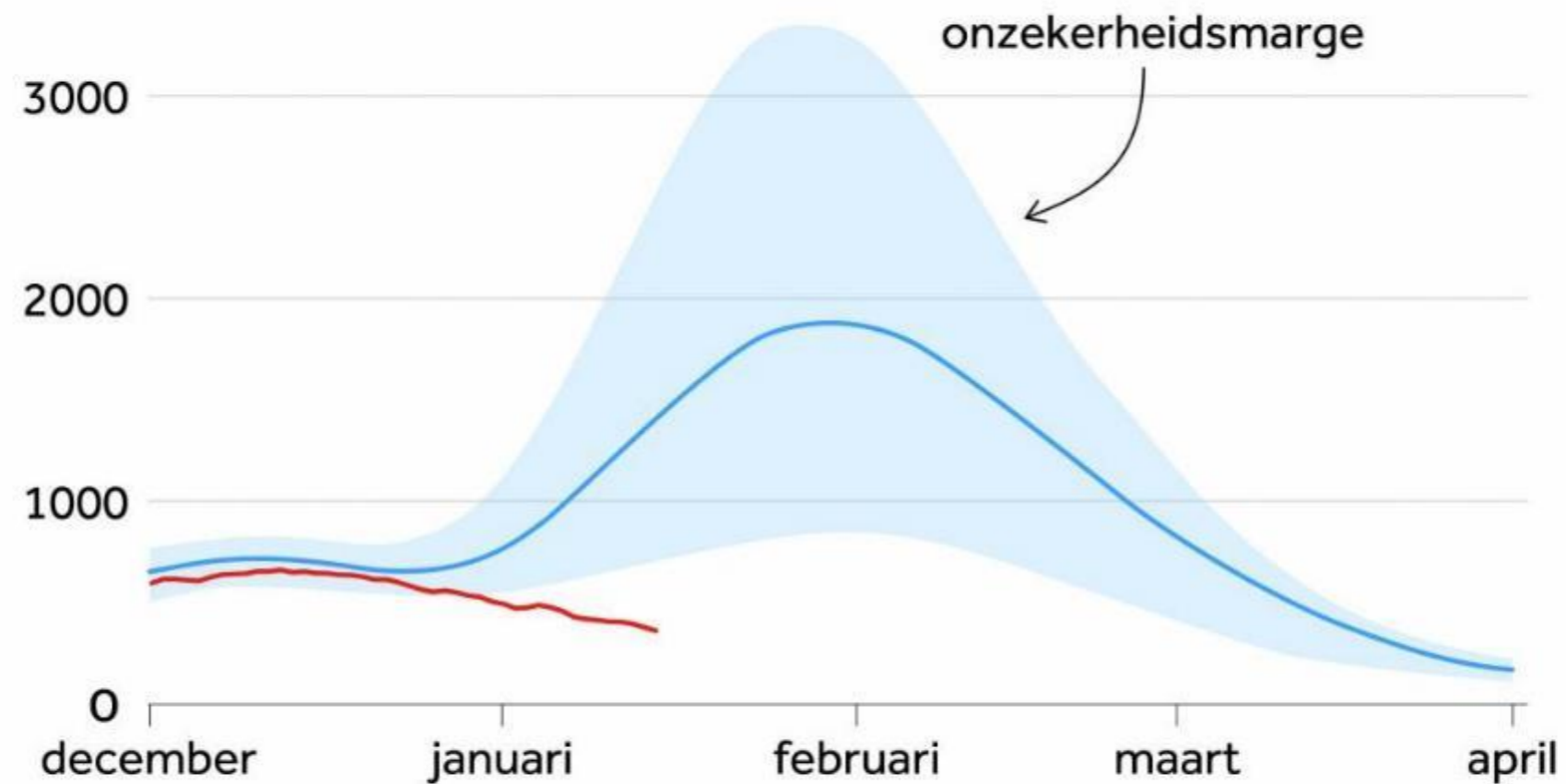
- Betrouwbaar als de ziekte stabiel is geworden
- Onbetrouwbaar als er grote veranderingen in het proces zitten
- Onbetrouwbaar als de modellen heel complex worden
- Onbetrouwbaar als er heel veel coëfficiënten zijn (overfitting)

Waarom onderstaand figuur?

Veel minder coronapatiënten op IC dan verwacht

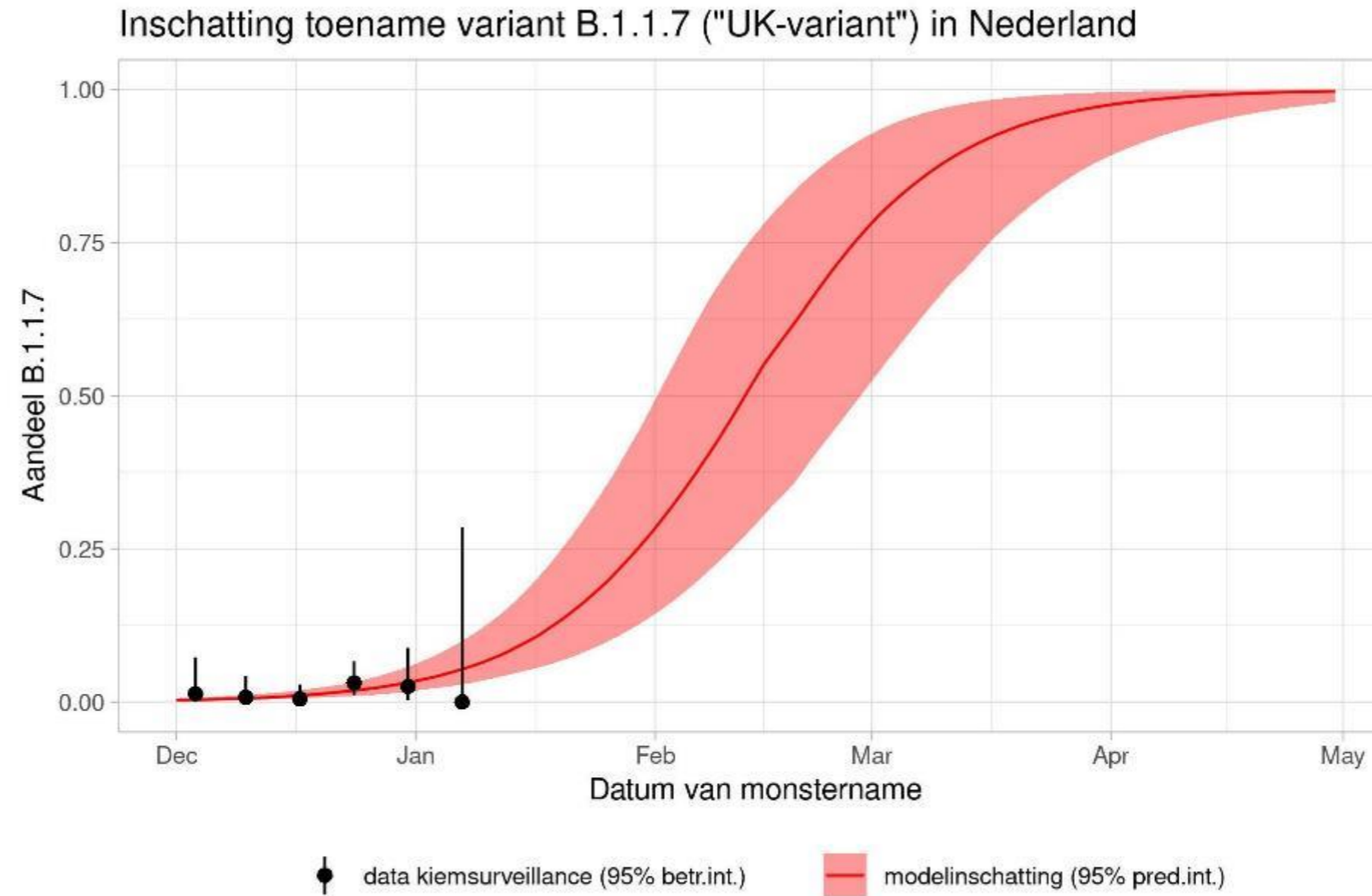
Scenario uit RIVM-model van 17 december

- RIVM scenario IC-bezetting met strenge lockdown vanaf kerstvakantie
- Werkelijke aantal coronapatiënten op IC



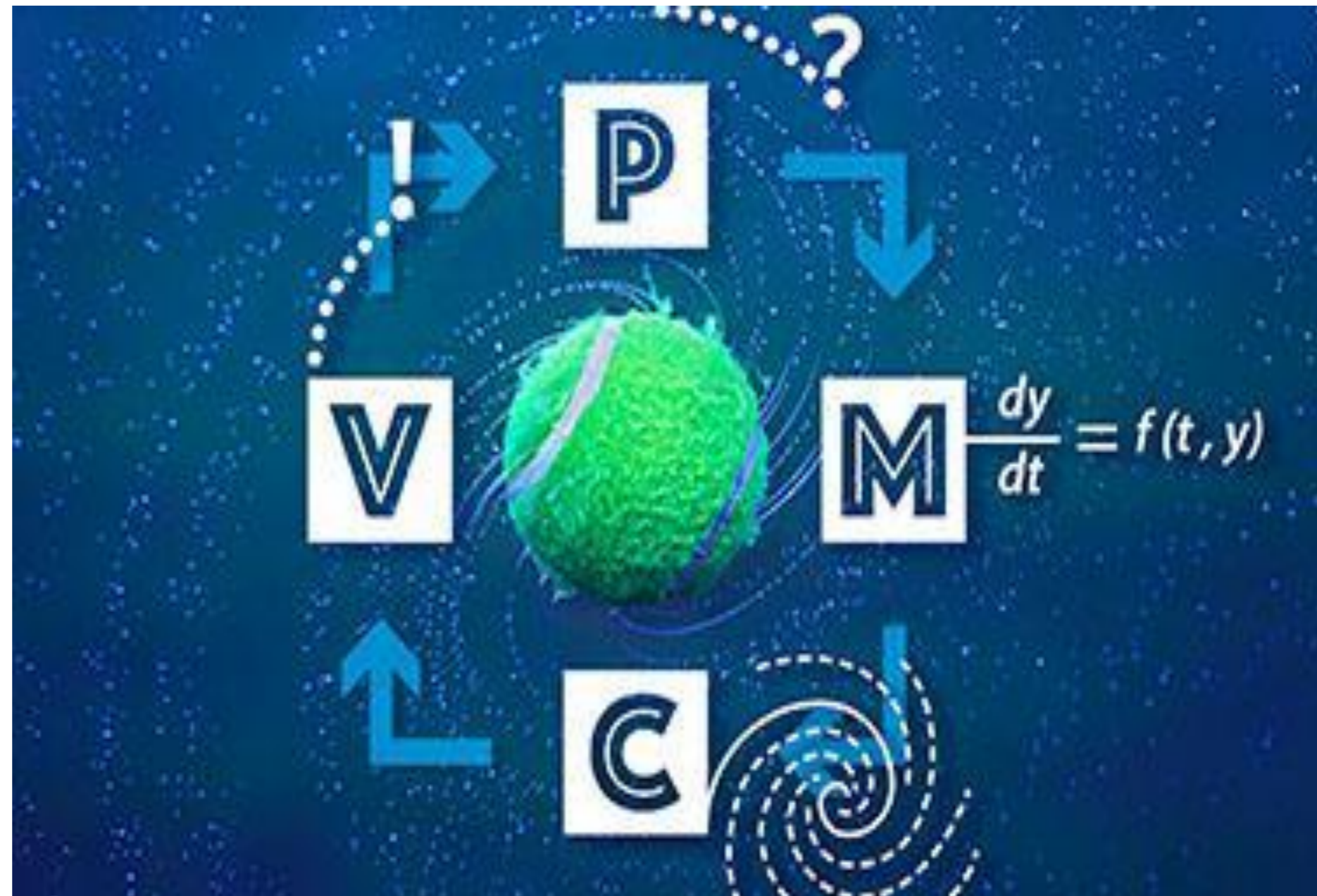
bron: LCPS / RIVM

Model + Betrouwbare Foutschatting



Meten is Weten

- Modellen kunnen alleen gebruikt worden als er voldoende betrouwbare metingen zijn



Waarop sturen?

- Ziekenhuisopnamen?
- IC bedden?
- Psychisch welbevinden?
- Effect op economie?
-

Uitbreiding Psychisch welbevinden?

- Hoe meet je dat?
- Hoe modelleren je dat?
- Nog veel werk te doen!

Uitbreiding effect economie

- Mee bezig
- Groepje 1e jaars wiskunde studenten TU Delft, bij het vak modelleren
- Bachelorstudente 3e jaars (bezig met literatuurstudie)

Uitbreiding effect economie



COVID-19

ECONOMIC CONSEQUENCES

YORDI BOESVELD

5614953

MERLE DE JONG

5606063

March 30, 2022

Uitbreiding effect economie

4.1.2 Differential equation with COVID-19

This is the Differential Equation when there is no COVID-19. Since there is COVID-19, the graph will converge to a lower value than 0.9, there have been various measures against COVID-19. This report will explore two kinds, a lockdown and a curfew. When there is a curfew, λ_1 will be lower than 0.9 but not extremely low. Therefore, $\lambda_1 = 0.72$, in the case of a lockdown, $\lambda_1 = 0.05$. Because there is almost no catering, only take-away. Since the government only responded with measures if a specific number of people were exposed with COVID-19. That's why if $E(t) > \frac{0.035}{17.44}$, which means that 3.5% of the people are exposed then $\lambda_1 = 0.05$, else $\lambda_1 = 0.72$.

The starting points of these graphs will be the same, so $p_0 = q_0 = 0.6$. However, the change in the graph has to be quicker than d_0 , therefore $\lambda_0 = 0.05$. This gives us the differential equation

$$\begin{cases} \frac{dP}{dt} = 0.2P(t)(0.9 - P(t)), & P(0) = 0.6, \\ \frac{dQ}{dt} = 0.5Q(t)(e_1 - Q(t)), & Q(0) = 0.6. \end{cases} \quad (4.2)$$

with if $E(t) > \frac{0.035}{17.44}$ then $\lambda_1 = 0.05$, else $\lambda_1 = 0.72$.

Uitbreiding effect economie

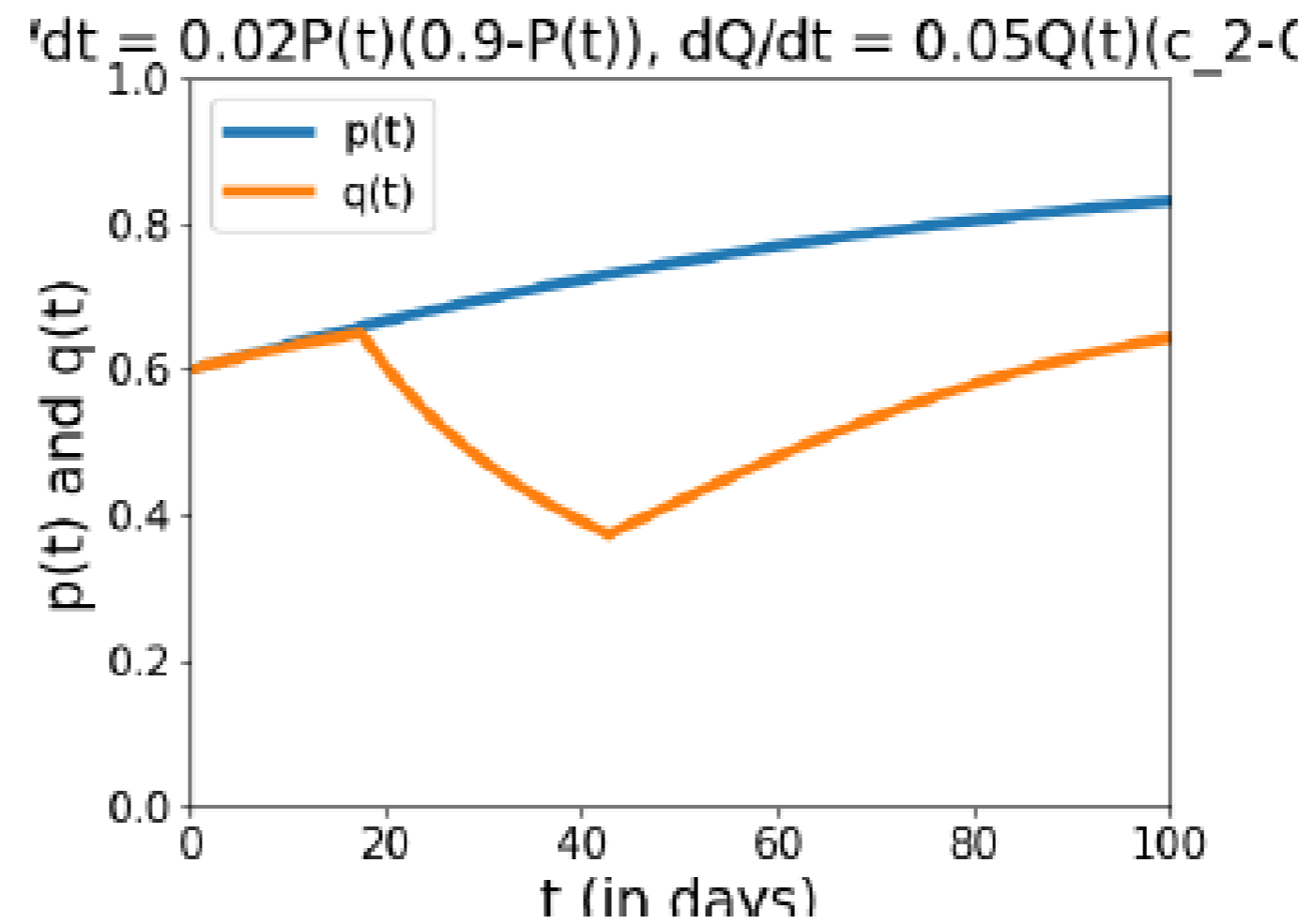


Figure 4.1: $b = 1.7$

Samenvatting

- Waar is een model voor bedoeld?
- Maak je model zo simpel mogelijk
- Model is alleen bruikbaar met foutchatting
- Exponentieele groei is lastig te begrijpen
- Gebruik modellen voor/met beleid

Verwijzingen

- <http://homepage.tudelft.nl/d2b4e/>
- <https://online-learning.tudelft.nl/courses/mathematical-modeling-basics/>
- Interview NOS Radio 1 Journaal

<http://homepage.tudelft.nl/d2b4e/Interview-2022-01-14.mp4>

- De Profcast:

<https://www.ad.nl/delft/wat-doet-een-professor-aan-de-tu-delft-in-zijn-vrije-tijd~a0dea8d8>

